Lista 6
Funções de uma Variável
Polinômios de Taylor e Antiderivadas

1. Determine o polinômio de Taylor de ordem 2 de f em torno de x_0 e usando um software desenhe os gráficos da função e do polinômio de Taylor numa vizinhança do ponto especificado.
   (a) $ln(x)$ em torno de 1
   (b) e^x em torno de 0
   (c) $sen(x)$ em torno de 0
   (d) $cos(x)$ em torno de 0
   (e) $senh(x)$ em torno de 0
   (f) $cosh(x)$ em torno de 0
   (g) $\sqrt[3]{x}$ em torno de 1
   (h) $\sqrt{x}$ em torno de 4
   (i) $\frac{1}{1-x^2}$ em torno de 0

2. Usando o polinômio de Taylor de ordem 2 calcule o valor aproximado e avalie o erro:
   (a) $ln(1.2)$
   (b) $\sqrt{3.8}$
   (c) $sen(0.1)$
   (d) $sen(\pi/25)$
   (e) $e^{0.003}$

3. Determine o polinômio de Taylor de ordem 5 de f em torno de x_0
   (a) $ln(x)$ em torno de 1
   (b) e^x em torno de 0
   (c) $sen(x)$ em torno de 0
   (d) $cos(x)$ em torno de 0
   (e) $senh(x)$ em torno de 0
   (f) $cosh(x)$ em torno de 0
   (g) $\sqrt[x]{x}$ em torno de 1
   (h) $\sqrt{x}$ em torno de 4
   (i) $(1+x)^\alpha$ em torno de 0

4. Quantos termos do polinômio de Taylor são necessários para aproximar e com um erro inferior a 10^{-5}?

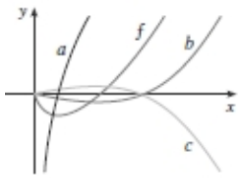
5. Usando polinômios de Taylor calcule $cos(1)$ com erro em módulo inferior a 10^{-4}

6. Use o polinômio de Taylor de ordem 4 de $cos(2x)$ para calcular o exato valor do limite
$$\lim_{x\to 0} \frac{1-cos(2x)}{3x^2}$$

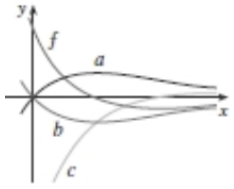
7. Use o polinômio de Taylor de $senh(x^4)$ para calcular o exato valor do limite
$$\lim_{x\to 0} \frac{senh(x^4)-x^4}{(x-sen(x))^4}$$

8. Use o polinômio de Taylor para calcular o exato valor do limite
$$\lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{log(cos(x))} + \frac{2}{sen^2(x)}\right)$$

9. O gráfico da função f é apresentado abaixo. Identifique o gráfico da antiderivada de f.



(a)



(b)

10. Calcule as seguintes antiderivadas:
    (a) $\int x\ dx$
    (b) $\int (3x+1)\ dx$
    (c) $\int x^n\ dx$
    (d) $\int (x^2+x+1)\ dx$
    (e) $\int \frac{1}{x^2}\ dx$
    (f) $\int \left(x+\frac{1}{x^3}\right)\ dx$
    (g) $\int \sqrt[3]{x}\ dx$
    (h) $\int \left(3\sqrt[7]{x^2}+cos(x)\right)\ dx$
    (i) $\int e^{4x}\ dx$
    (j) $\int cos(3x)\ dx$
    (k) $\int (x+3e^{5x}+cos(2x))\ dx$
    (l) $\int (1-cos(4x)+sen(\frac{x}{7}))\ dx$
    (m) $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\ dx$

(n) $\int 3^x \, dx$
(o) $\int sec^2(2x) \, dx$
(p) $\int sen^2(x) \, dx$

11. Uma partícula se desloca sobre o eixo x com uma função posição $x = x(t)$. Determine $x = x(t)$ sabendo que:

(a) $\dfrac{dx}{dt} = 2t - 1$ e $x(0) = 2$
(b) $\dfrac{dx}{dt} = \frac{1}{1+t^2}$ e $x(0) = 0$
(c) $\dfrac{d^2x}{dt^2} = 3$ e $v(0) = 0$ e $x(0) = 1$
(d) $\dfrac{d^2x}{dt^2} = e^{-t}$ e $v(0) = 0$ e $x(0) = 1$
(e) $\dfrac{d^2x}{dt^2} = cos(3t)$ e $v(0) = 1$ e $x(0) = 0$

12. Uma vez que pingos de chuva crescem à medida que caem, sua área superficial cresce e, portanto, a resistência à sua queda aumenta. Um pingo de chuva tem uma velocidade inicial para baixo de 10 m/s e sua aceleração para baixo é

$$a(t) = \begin{cases} 9 - 0.9t \text{ se } 0 \leq t \leq 10 \\ 0 \text{ se } t > 10 \end{cases}$$

Se o pingo de chuva estiver inicialmente a 500m acima do solo, quanto tempo ele levará para cair?

Respostas dos Exercícios

1. (a) $(x-1)-\frac{1}{2}(x-1)^2$
   (b) $1+x+\frac{x^2}{2}$
   (c) x
   (d) $1-\frac{x^2}{2}$
   (e) x
   (f) $1+\frac{x^2}{2}$
   (g) $1+\frac{1}{3}(x-1)-\frac{1}{9}(x-1)^2$
   (h) $2+\frac{1}{4}(x-4)-\frac{1}{64}(x-4)^2$
   (i) $1+x^2$
2. (a) 0.18
   (b) 1.94
   (c) 0.1
   (d) 0.1256
   (e) 1.003
3. (a) $(x-1)-\frac{(x-1)^2}{2}+\frac{(x-1)^3}{3}-\frac{(x-1)^4}{4}+\frac{(x-1)^5}{5}$
   (b) $1+x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{6}+\frac{x^4}{24}+\frac{x^5}{120}$
   (c) $x-\frac{x^3}{6}+\frac{x^5}{120}$
   (d) $1-\frac{x^2}{2}+\frac{x^4}{24}$
   (e) $x+\frac{x^2}{6}+\frac{x^5}{120}$
   (f) $1+\frac{x^2}{2}+\frac{x^4}{24}$
   (g) $1+(x-1)-(x-1)^2+\frac{1}{2}(x-1)^3+\frac{1}{6}(x-1)^4-\frac{3}{4}(x-1)^5$
   (h) $2+\frac{1}{4}(x-4)-\frac{1}{64}(x-4)^2+\frac{1}{512}(x-4)^3-\frac{5}{16384}(x-4)^4+\frac{7}{131072}(x-4)^5$
   (i) $1+\alpha x+\frac{\alpha(\alpha-1)}{2}x^2+\frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{6}x^3+\frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)(\alpha-3)}{24}x^4+\frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)(\alpha-3)(\alpha-4)}{120}x^5$
4. Grau 8.
5. $0,5403$
6. $\frac{2}{3}$
7. 216
8. 1
9. (a) b.
   (b) a.
10. (a) $\frac{x^2}{2}+C$
    (b) $\frac{3x^2}{2}+x+C$
    (c) $\frac{x^{n+1}}{n+1}+C$, para $n\neq -1$
    (d) $\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+x+C$
    (e) $-\frac{1}{x}+C$
    (f) $\frac{x^2}{2}-\frac{1}{2x^2}+C$
    (g) $\frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}+C$
    (h) $\frac{7}{3}x^{\frac{2}{7}}+sen(x)+C$
    (i) $\frac{1}{4}e^{4x}+C$
    (j) $\frac{1}{3}sen(3x)+C$
    (k) $\frac{x^2}{2}+\frac{3}{5}e^{5x}-7cos(\frac{x}{7})+C$
    (l) $arcsen(x)+C$
    (m) $arctg(x)+C$
    (n) $\frac{3^x}{ln(x)}+C$
    (o) $\frac{1}{2}tg(2x)+C$
    (p) $\frac{x}{2}-\frac{sen(2x)}{4}+C$
11. (a) t^2-t+2
    (b) $arctg(t)$
    (c) $\frac{3}{2}t^2+t+1$
    (d) $e^{-t}+t$
    (e) $-\frac{1}{9}cos(3t)+t+\frac{1}{9}$
12. 11.8s